

ARKUSZ II**Zadanie 1. (1 pkt)**

Liczba $5^8 \cdot 16^{-2}$ jest równa

- A. $\left(\frac{5}{2}\right)^8$ B. $\frac{5}{2}$ C. 10^8 D. 10

Zadanie 2. (1 pkt)

Liczba $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2}$ jest równa

- A. $\sqrt[3]{52}$ B. 3 C. $2\sqrt[3]{2}$ D. 2

Zadanie 3. (1 pkt)

Liczba $2 \log_2 3 - 2 \log_2 5$ jest równa

- A. $\log_2 \frac{9}{25}$ B. $\log_2 \frac{3}{5}$ C. $\log_2 \frac{9}{5}$ D. $\log_2 \frac{6}{25}$

Zadanie 4. (1 pkt)

Liczba osobników pewnego zagrożonego wyginięciem gatunku zwierząt wzrosła w stosunku do liczby tych zwierząt z 31 grudnia 2011 r. o 120% i obecnie jest równa 8910. Ile zwierząt liczyła populacja tego gatunku w ostatnim dniu 2011 roku?

- A. 4050 B. 1782 C. 7425 D. 7128

Zadanie 5. (1 pkt)

Równość $(x\sqrt{2} - 2)^2 = (2\sqrt{2} - x)^2$ jest

- A. prawdziwa dla $x = -\sqrt{2}$.
B. prawdziwa dla $x = \sqrt{2}$.
C. prawdziwa dla $x = -1$.

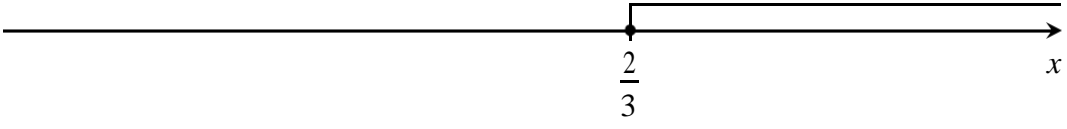
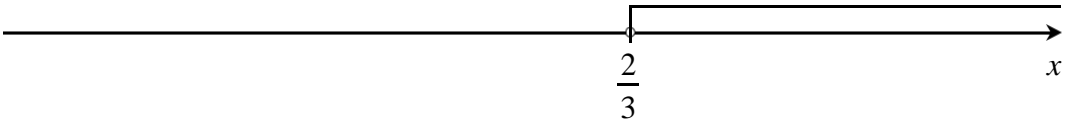
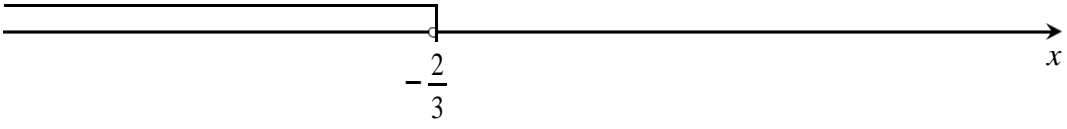
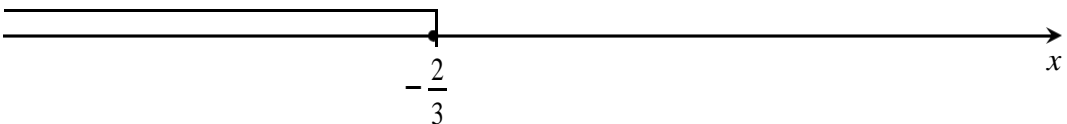
Zadanie 6. (1 pkt)

Do zbioru rozwiązań nierówności $(x^4 + 1)(2 - x) > 0$ nie należy liczba

- A. -3 B. -1 C.1 D.3

Zadanie 7. (1 pkt)

Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $2 - 3x \geq 4$.

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

Zadanie 8. (1 pkt)

Równanie $x(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$ z niewiadomą x

- A. nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.
B. ma dokładnie dwa rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.
C. ma dokładnie trzy rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.
D. ma dokładnie pięć rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

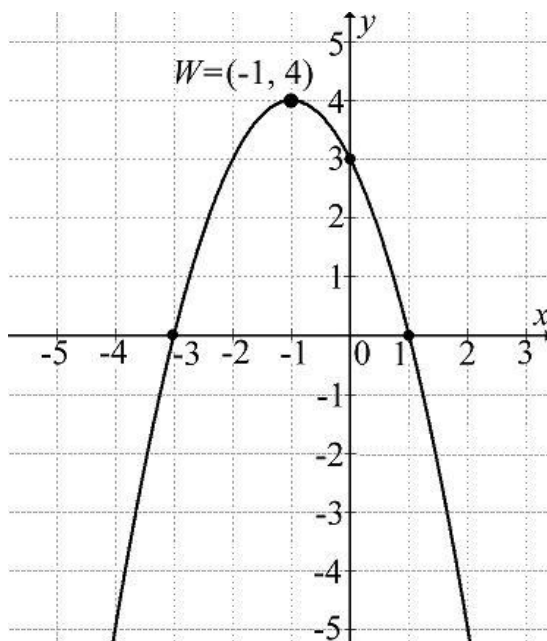
Zadanie 9. (1 pkt)

Miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = \sqrt[3]{x+1} - 12$ jest liczba

- A. $\sqrt[3]{4}$ B. $-2\sqrt[3]{1}$ C. $4\sqrt[3]{1}$ D. $-\sqrt[3]{12}$

Zadanie 10. (1 pkt)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$, o miejscach zerowych: -3 i 1 .

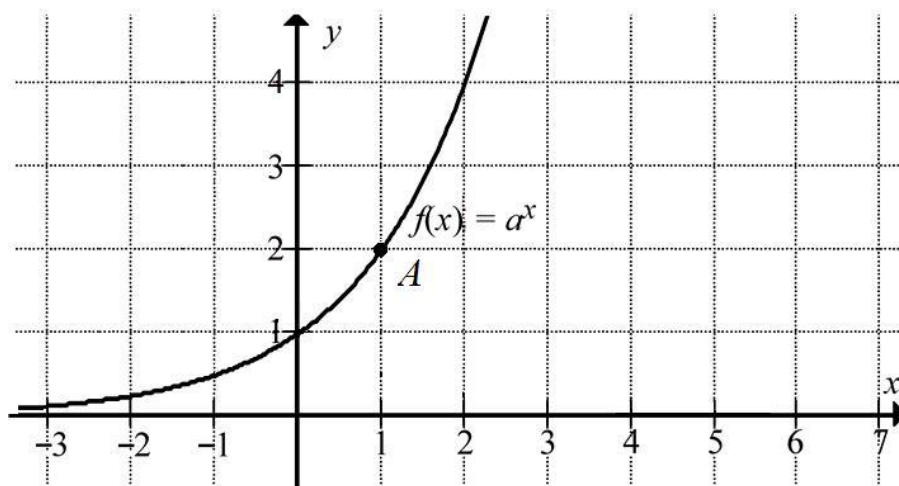


Współczynnik c we wzorze funkcji f jest równy

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Zadanie 11. (1 pkt)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji wykładniczej f określonej wzorem $f(x) = a^x$. Punkt $A = (1, 2)$ należy do tego wykresu funkcji.



Podstawa a potęgi jest równa

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

Zadanie 12. (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \in \mathbb{N}$, dane są: $a_1 = 5$, $a_2 = 11$. Wtedy

- A. $a_{14} = 71$ B. $a_{12} = 71$ C. $a_{11} = 71$ D. $a_{10} = 71$

Zadanie 13. (1 pkt)

Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny $(24, 6, a - 1)$. Stąd wynika, że

- A. $a = \frac{5}{2}$ B. $a = \frac{2}{5}$ C. $a = \frac{3}{2}$ D. $a = \frac{2}{3}$

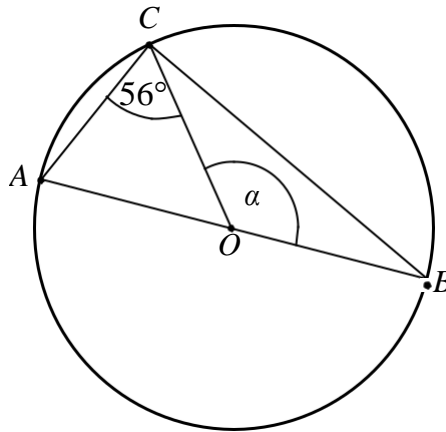
Zadanie 14. (1 pkt)

Jeśli $m = \sin 50^\circ$, to

- A. $m = \sin 40^\circ$ B. $m = \cos 40^\circ$ C. $m = \cos 50^\circ$ D. $m = \operatorname{tg} 50^\circ$

Zadanie 15. (1 pkt)

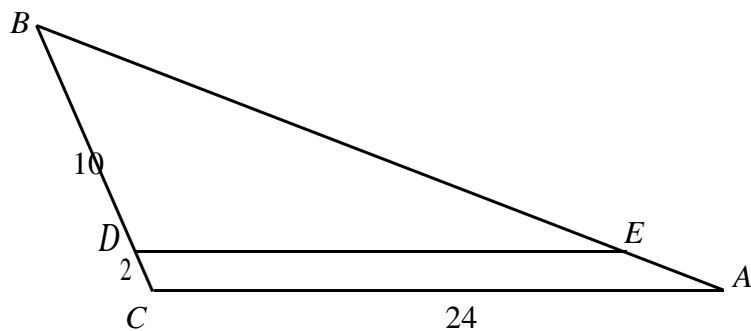
Na okręgu o środku w punkcie O leży punkt C (zobacz rysunek). Odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Zaznaczony na rysunku kąt środkowy α ma miarę



- A. 116° B. 114° C. 112° D. 110°

Zadanie 16. (1 pkt)

W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC , a punkt E leży na boku AB . Odcinek DE jest równoległy do boku AC , a ponadto $|BD| = 10$, $|BC| = 12$ i $|AC| = 24$ (zobacz rysunek).



Długość odcinka DE jest równa

A. 22

B. 20

C. 12

D. 11

Zadanie 17. (1 pkt)

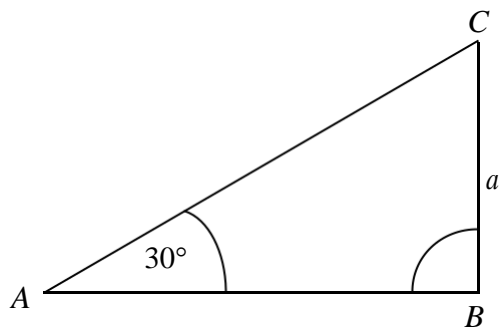
Obwód trójkąta ABC , przedstawionego na rysunku, jest równy

A. $\left(3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$

B. $\left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$

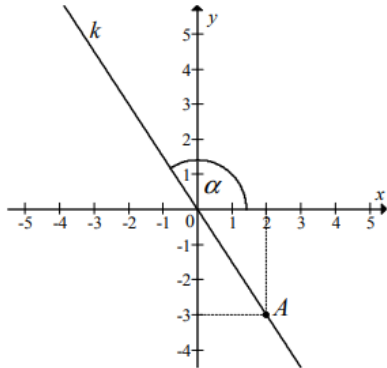
C. $(3 + \sqrt{3})a$

D. $(2 + \sqrt{2})a$



Zadanie 18. (1 pkt)

Na rysunku przedstawiona jest prosta k o równaniu $y = ax$, przechodząca przez punkt $A = (2, -3)$ i przez początek układu współrzędnych, oraz zaznaczony jest kąt α nachylenia tej prostej do osi Ox .



Zatem

A. $a = -\frac{2}{3}$

B. $a = -\frac{3}{2}$

C. $a = \frac{2}{3}$

D. $a = \frac{3}{2}$

Zadanie 19. (1 pkt)

Na płaszczyźnie z układem współrzędnych proste k i l przecinają się pod kątem prostym w punkcie $A = (-2, 4)$. Prosta k jest określona równaniem $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$. Zatem prostą l opisuje równanie

A. $y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$

B. $y = -\frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$

C. $y = 4x - 12$

D. $y = 4x + 12$

Zadanie 20. (1 pkt)

Dany jest okrąg o środku $S = (2, 3)$ i promieniu $r = 5$. Który z podanych punktów leży na tym okręgu?

A. $A = (-1, 7)$

B. $B = (2, -3)$

C. $C = (3, 2)$

D. $D = (5, 3)$

Zadanie 21. (1 pkt)

Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym wysokość jest 3 razy dłuższa od krawędzi podstawy, jest równe 140. Zatem krawędź podstawy tego graniastosłupa jest równa

A. $\sqrt{10}$

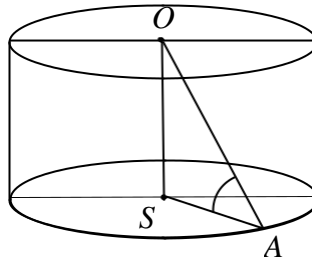
B. $3\sqrt{10}$

C. $\sqrt{42}$

D. $3\sqrt{42}$

Zadanie 22. (1 pkt)

Promień AS podstawy walca jest równy wysokości OS tego walca. Sinus kąta OAS (zobacz rysunek) jest równy



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

Zadanie 23. (1 pkt)

Dany jest stożek o wysokości 4 i średnicy podstawy 12. Objętość tego stożka jest równa

- A. 576π B. 192π C. 144π D. 48π

Zadanie 24. (1 pkt)

Średnia arytmetyczna ośmiu liczb: 3, 5, 7, 9, x , 15, 17, 19 jest równa 11. Wtedy

- A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = 11$ D. $x = 13$

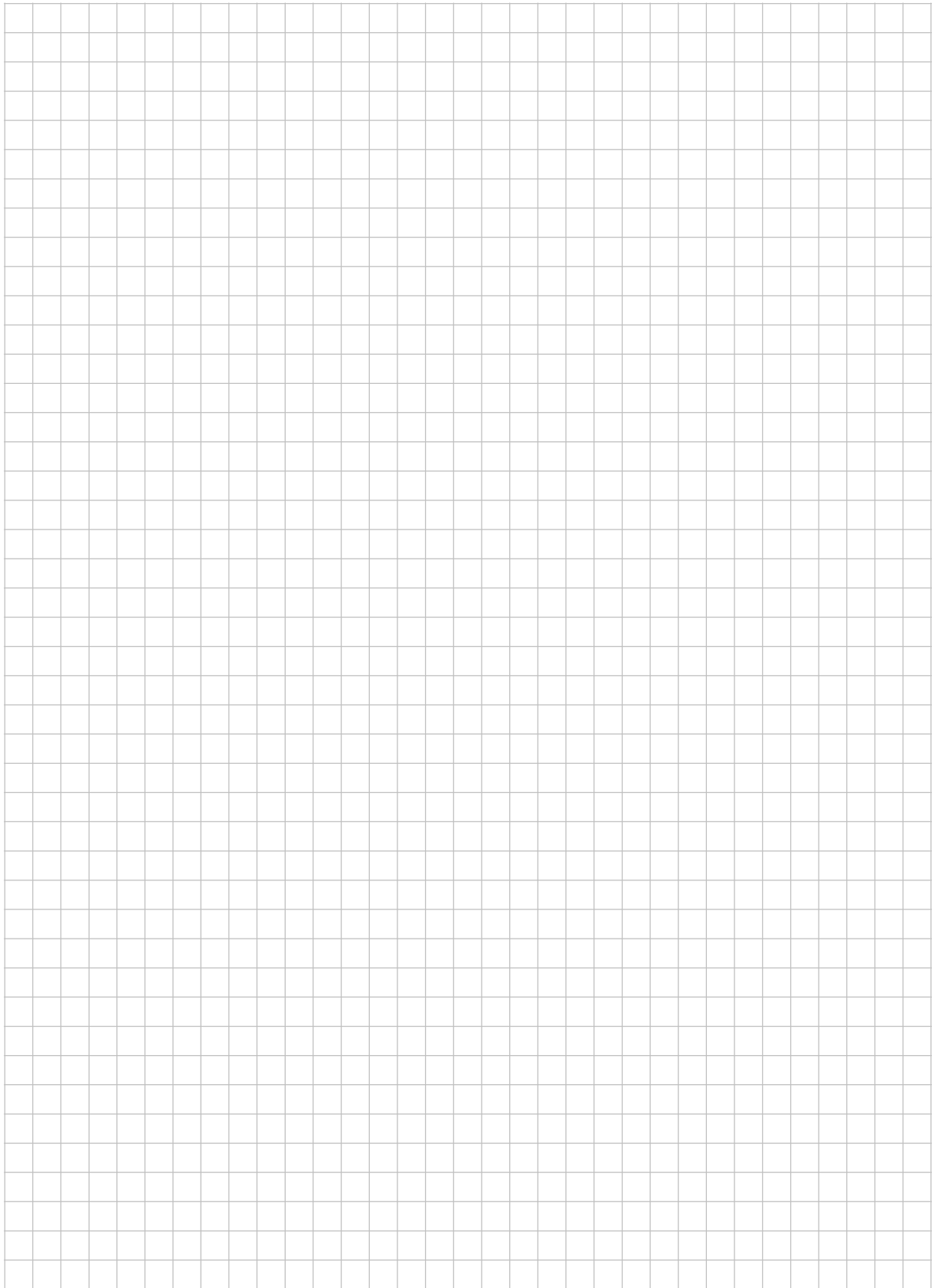
Zadanie 25. (1 pkt)

Ze zbioru dwudziestu czterech kolejnych liczb naturalnych od 1 do 24 losujemy jedną liczbę. Niech A oznacza zdarzenie, że wylosowana liczba będzie dzielnikiem liczby 24. Wtedy prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{6}$

Zadanie 26. (2 pkt)

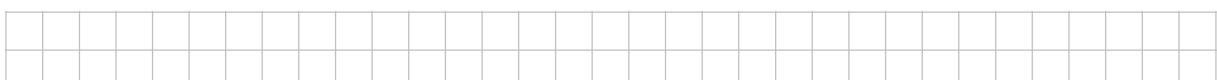
Rozwiąż nierówność $8x^2 - 72x \leq 0$.



Odpowiedź:

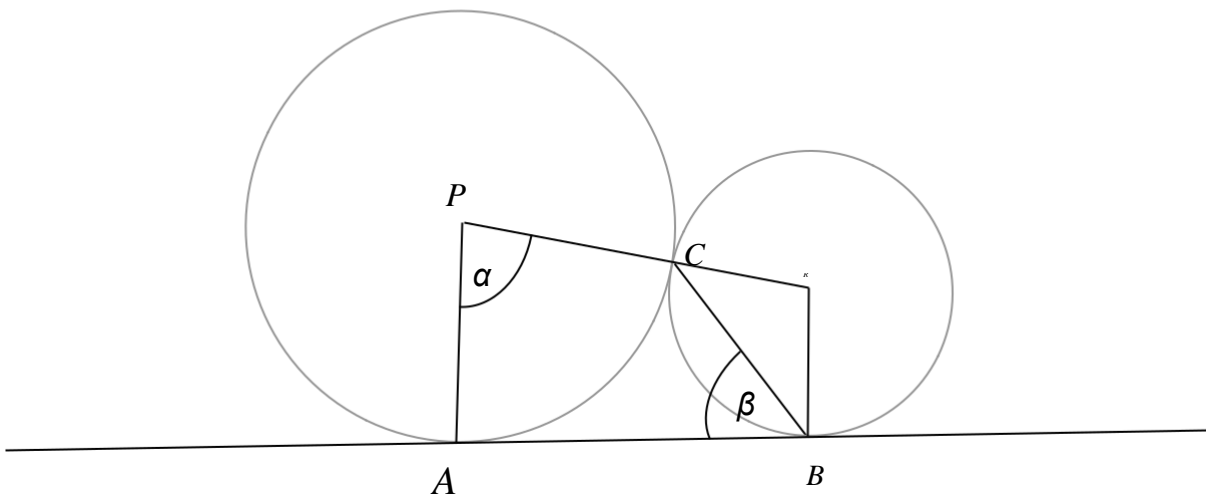
Zadanie 27. (2 pkt)

Wykaż, że liczba $4^{2017} + 4^{2018} + 4^{2019} + 4^{2020}$ jest podzielna przez 17.



Zadanie 28. (2 pkt)

Dane są dwa okręgi o środkach w punktach P i R , styczne zewnętrznie w punkcie C . Prosta AB jest styczna do obu okręgów odpowiednio w punktach A i B oraz $\angle APC = \alpha$ i $\angle ABC = \beta$ (zobacz rysunek). Wykaż, że $\alpha = 180^\circ - 2\beta$.

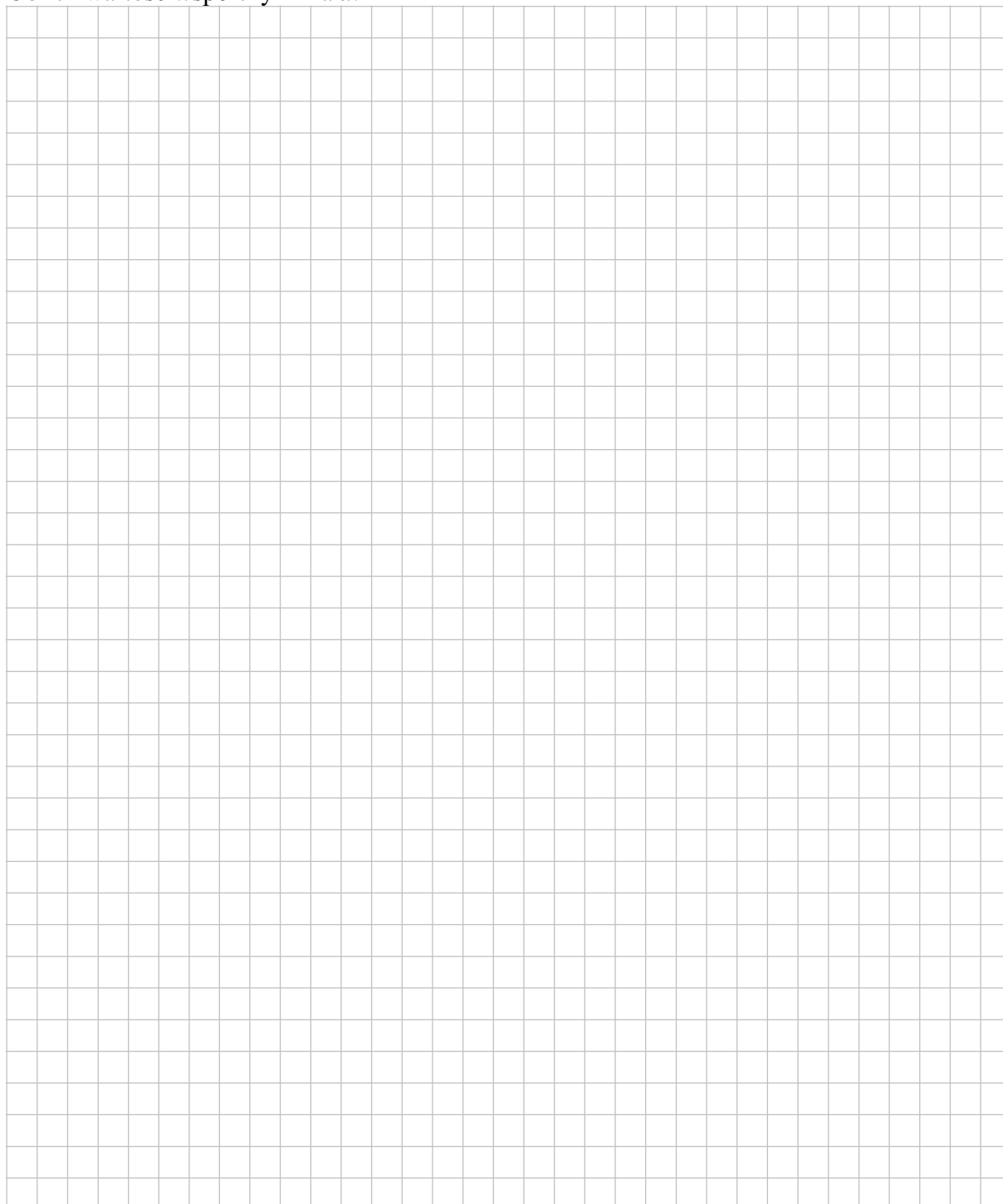


Zadanie 29. (4 pkt)

Funkcja kwadratowa f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych x wzorem

$$f(x) = ax^2 + bx + c. \text{ Największa wartość funkcji } f \text{ jest równa } 6 \text{ oraz } f(-6) = f(0) = \frac{3}{2}.$$

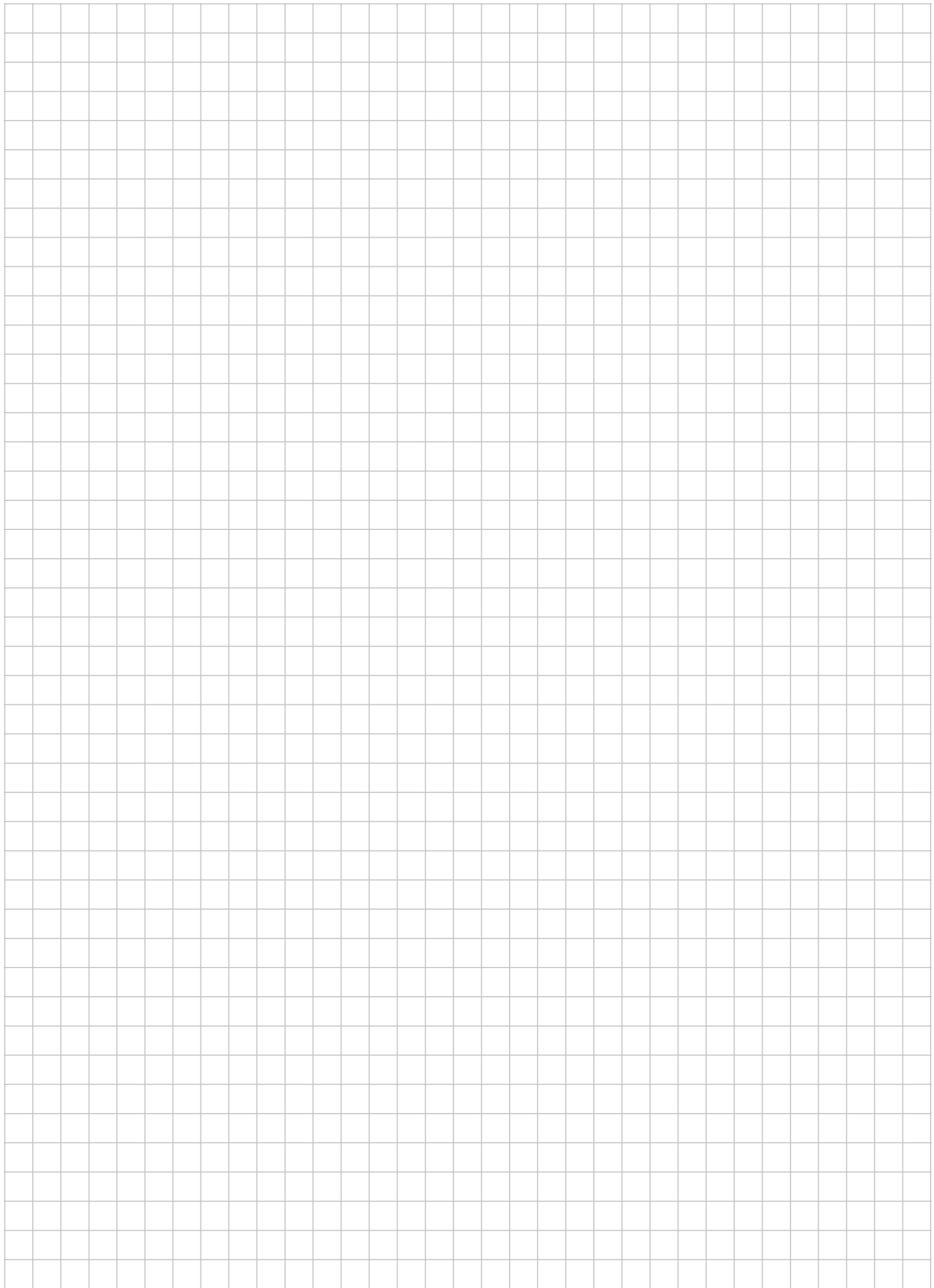
Oblicz wartość współczynnika a .



Odpowiedź:

Zadanie 30. (2 pkt)

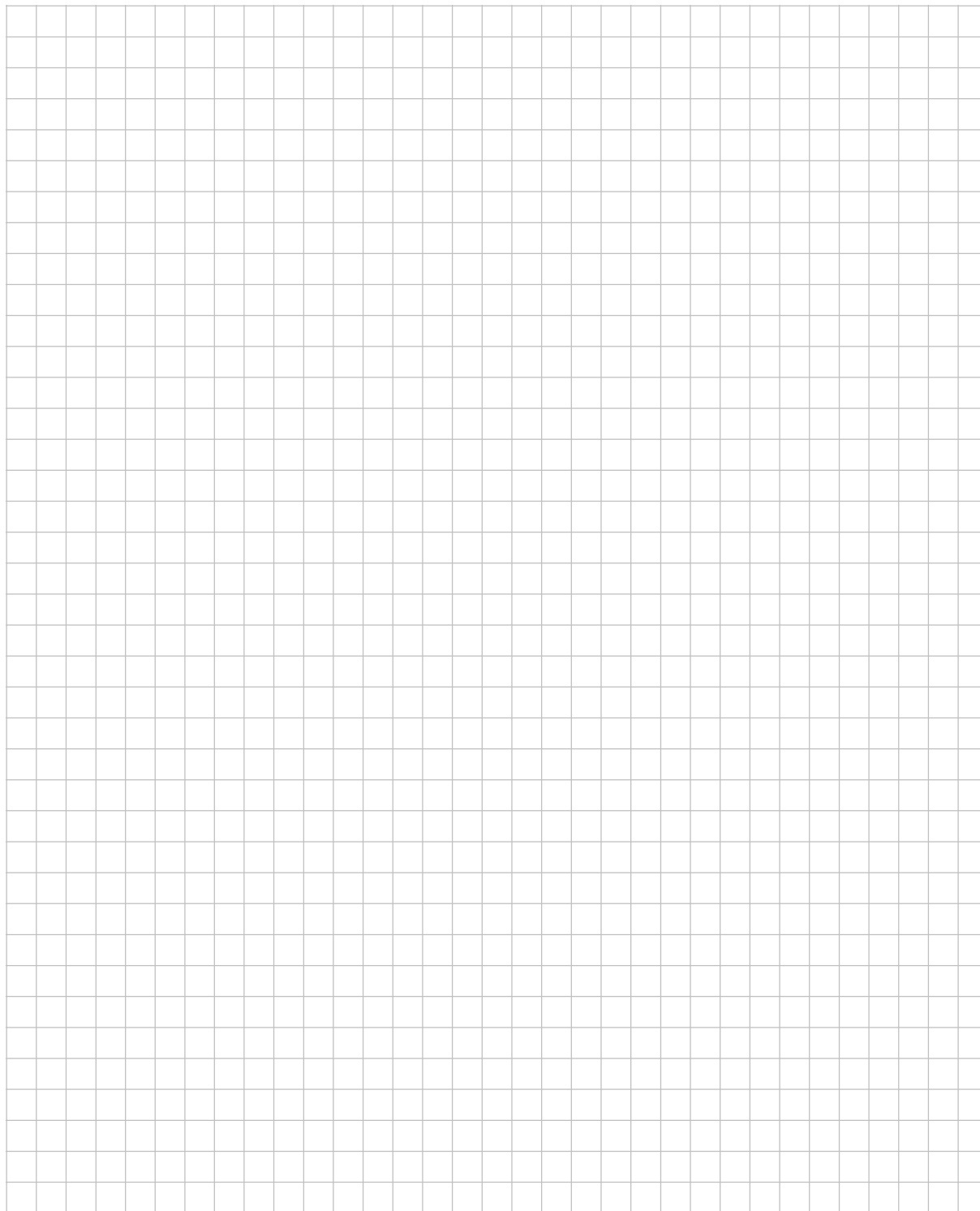
Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 26 cm, a jedna z przyprostokątnych jest o 14 cm dłuższa od drugiej. Oblicz obwód tego trójkąta.



Odpowiedź:

Zadanie 31. (2 pkt)

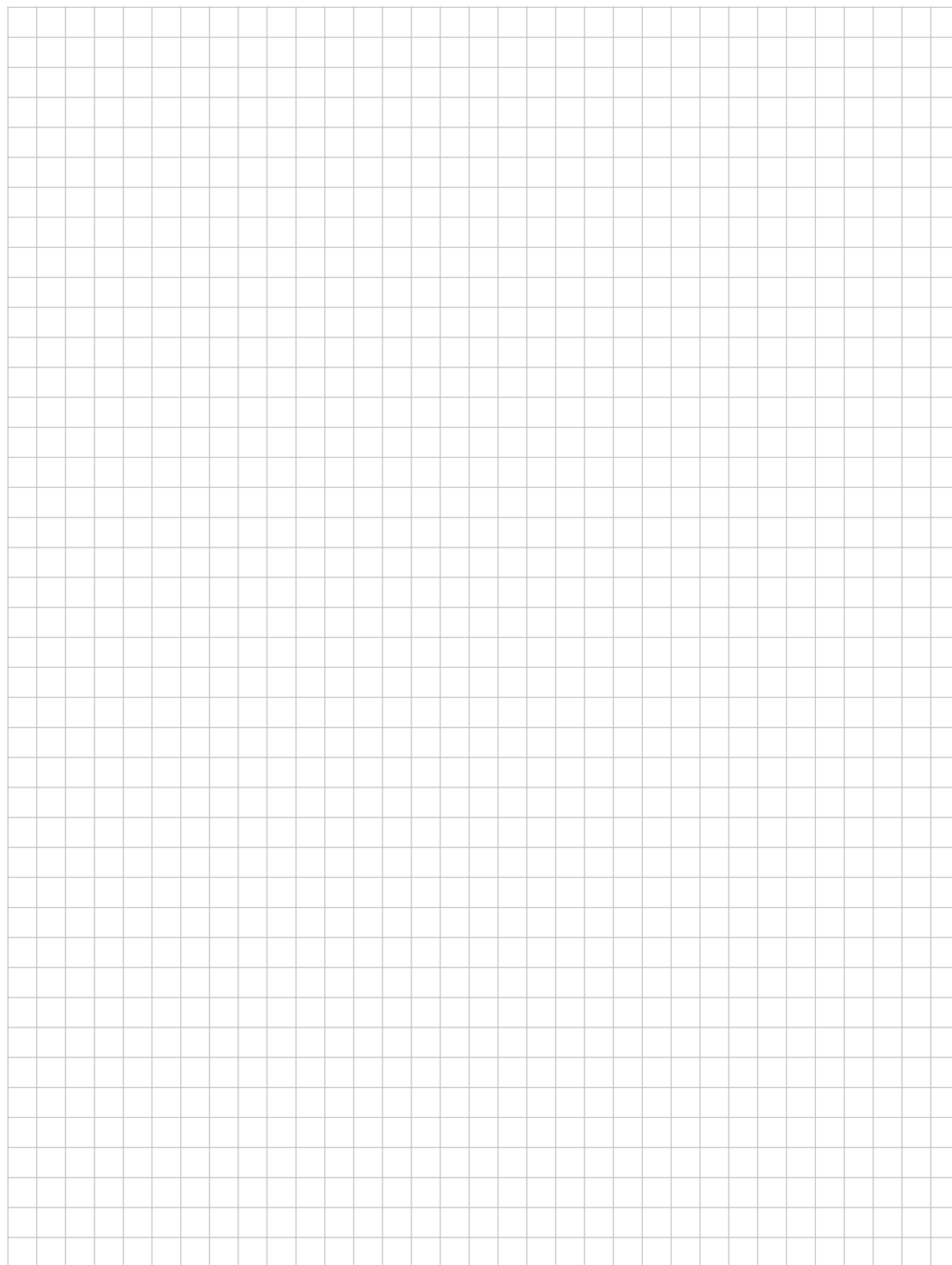
W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \in \mathbb{N}$, dane są: wyraz $a_1 = 8$ i suma trzech początkowych wyrazów tego ciągu $S_3 = 33$. Oblicz różnicę $a_{16} - a_{13}$.



Odpowiedź:

Zadanie 32. (5 pkt)

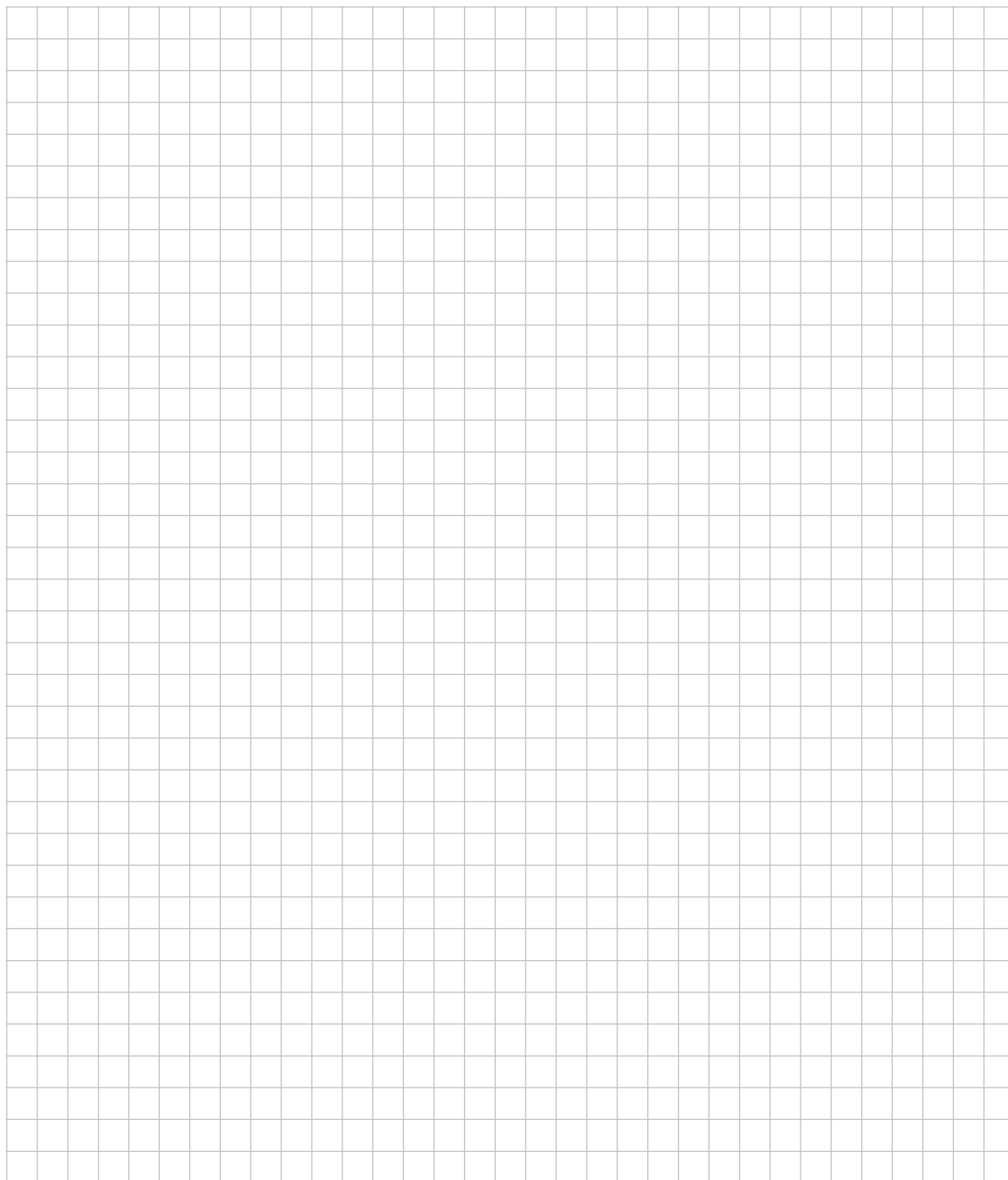
Dane są punkty $A = (-4, 0)$ i $M = (2, 9)$ oraz prosta k o równaniu $y = -2x + 10$. Wierzchołek B trójkąta ABC to punkt przecięcia prostej k z osią Ox układu współrzędnych, a wierzchołek C jest punktem przecięcia prostej k z prostą AM . Oblicz pole trójkąta ABC .



Odpowiedź:

Zadanie 33. (2 pkt)

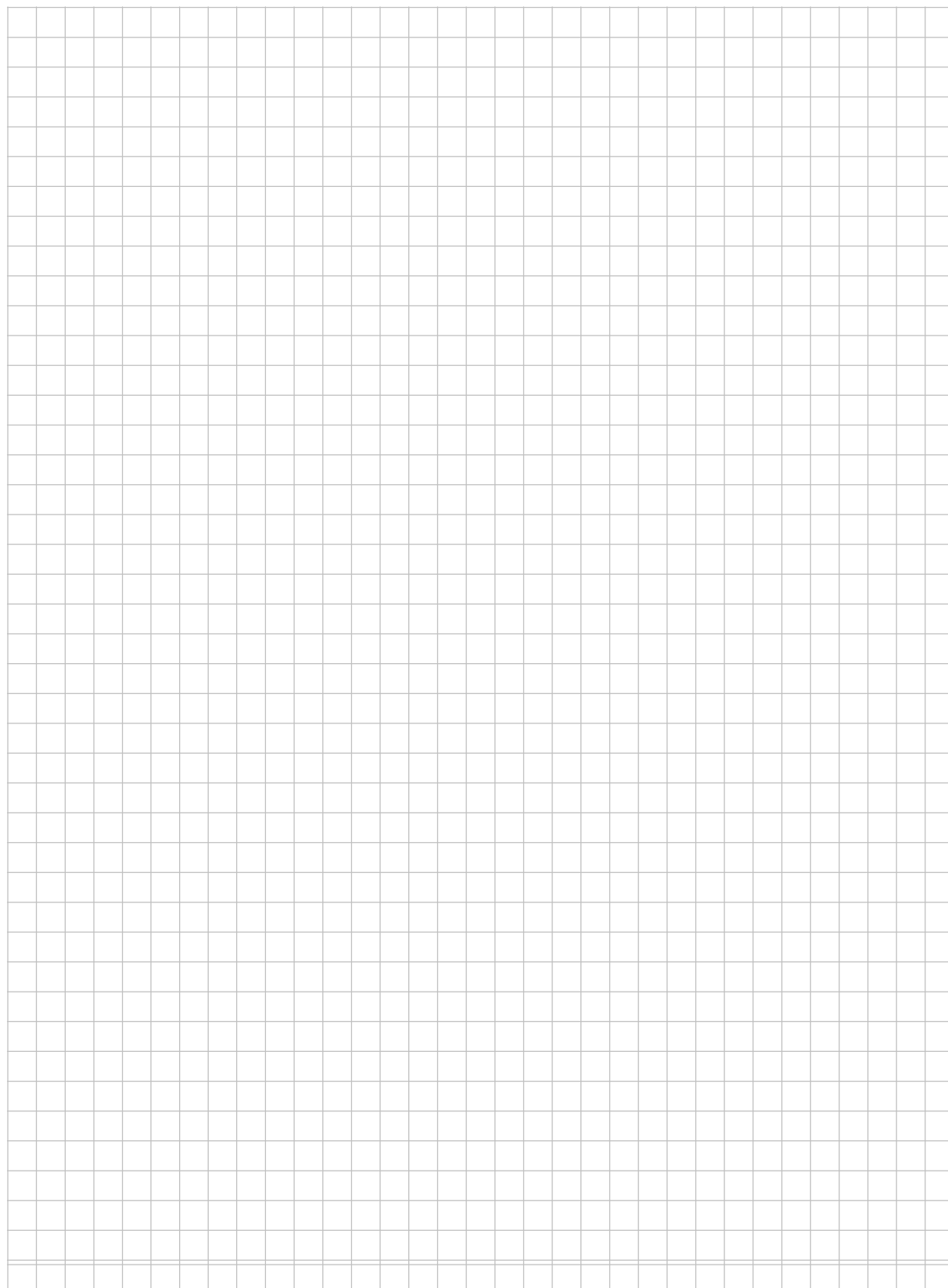
Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosujemy liczbę, która jest równocześnie mniejsza od 40 i podzielna przez 3. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.



Odpowiedź:

Zadanie 34. (4 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej prostopadła do krawędzi podstawy ostrosłupa jest równa $\frac{5\sqrt{3}}{4}$, a pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe $\frac{15\sqrt{3}}{4}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Odpowiedź:

